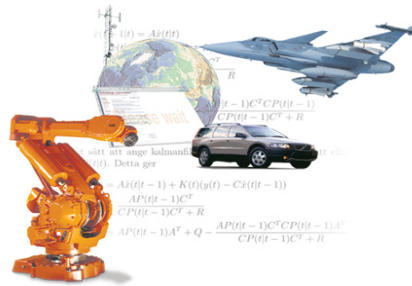



## Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer



Ola Härkegård  
Linköpings Tekniska Högskola

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Tillämpningar



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA

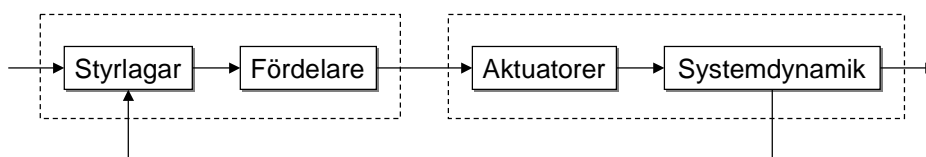


## Styrsignalsfördelning (eng. control allocation)

Hur ska den önskade totala styrverkan fördelas mellan de olika styrsignalerna?

### Reglerdesign:

- Bestäm önskad total styrverkan
- Fördela styrverkan bland styrsignalerna



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Varför separat styrsignalsfördelning?

- Lättare att hantera begränsningar
- Enkelt att omkonfigurera
- Nödvändigt med vissa designmetoder
  - Exakt linjärisering (NDI)
  - Backstepping
- Modularitet

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

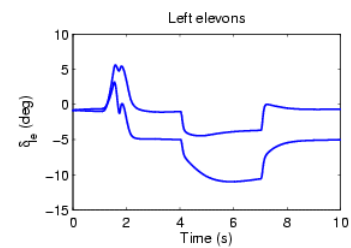
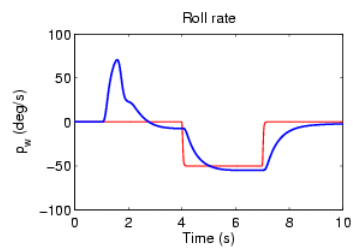
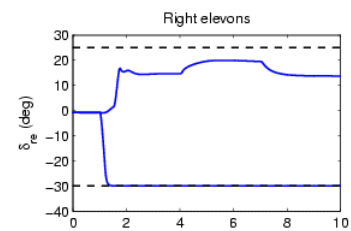
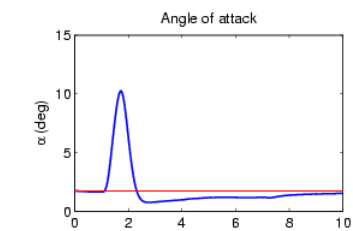
REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Exempel: Hardover



Maxutslag efter 1 s



Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Varför inte?

- Modellapproximationer kan behövas
- Kan ej hantera servodynamik

Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Översikt

- Matematisk formulering
- Existerande metoder för styrsignalsfördelning
- Aktuell forskning i Linköping

Att minnas:

Separat styrsignalsfördelning  
=  
Fattigmans "reglering med styrsignalsbegränsningar"

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Översikt

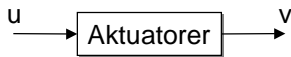
- **Matematisk formulering**
- Existerande metoder för styrsignalsfördelning
- Aktuell forskning i Linköping

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Matematisk formulering



- $u$  = faktisk styrsignalvektor
- $v$  = virtuell styrsignalvektor (total styrverkan)
- Modellerat samband:  $v = g(u)$
- Linjärisering:  $v = Bu$
- Begränsningar: 
$$\left. \begin{array}{l} u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \\ \dot{u}_{\min} \leq \dot{u} \leq \dot{u}_{\max} \end{array} \right\} \underline{u}(t) \leq u \leq \bar{u}(t)$$

Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Fördelningsproblemet

Att lösa i varje sampeltidpunkt:

$$\begin{array}{l} Bu = v \\ \underline{u} \leq u \leq \bar{u} \end{array}$$

- Vilken lösning ska väljas?
- ? Vad göra om lösning saknas? (command limiting)
- Hur beräkna lösningen numeriskt?

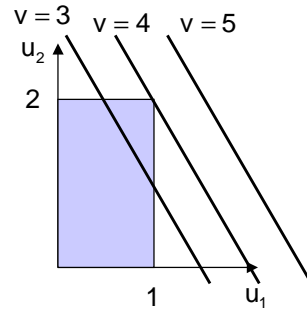
Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Exempel

Dynamik:  $\dot{x} = -2u_1 - u_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = -v \\ v = 2u_1 + u_2 \end{cases}$   
 Begränsningar:  $0 \leq u_1 \leq 1$   
 $0 \leq u_2 \leq 2$   
 Styrlag:  $v = x$   
 Fördelningsproblem:  $2u_1 + u_2 = v$



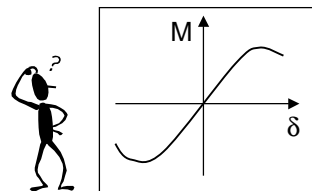
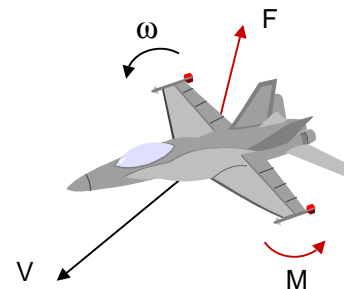
Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Flygplansreglering

Dynamik:  $\dot{V} = -\omega \times V + \frac{1}{m}F$   
 $J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + M(\delta)$   
 Begränsningar:  $\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}$   
 $\dot{\delta}_{\min} \leq \dot{\delta} \leq \dot{\delta}_{\max}$   
 Approximationer:  $\delta = u$   
 $\frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$   
 Styrlag:  $v = M(\delta) = k(x, r)$   
 Fördelningsproblem:  $M(\delta) \approx B\delta + c = v$   
 $\underline{\delta} \leq \delta \leq \bar{\delta}$



Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Översikt




- Matematisk formulering
- **Existerande metoder för styrsignalsfördelning**
- Aktuell forskning i Linköping

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Metoder för styrsignalsfördelning

- **Optimeringsbaserad fördelning**  
 Minimera lämplig kostnadsfunktion
- **Daisy chaining**  
 Prioritera bland styrsignalerna
- **Direct control allocation**  
 Skala ned den styrsignal som ger maximal styrverkan

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



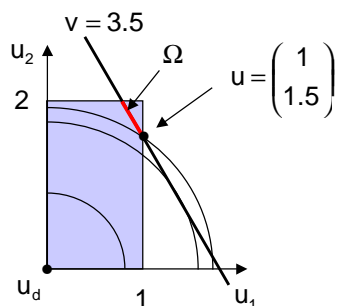
## Optimeringsbaserad fördelning

💡 Minimera lämplig kostnadsfunktion

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\mathbf{u} &= \mathbf{v} \\ \underline{\mathbf{u}} &\leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{aligned}$$

- $\Omega = \arg \min_{\underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}}} \|\mathbf{W}_v(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{v})\|_2$
- $\mathbf{u} = \arg \min_{\mathbf{u} \in \Omega} \|\mathbf{W}_u(\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\|_2$

$$\begin{aligned} 2u_1 + u_2 &= v \\ 0 \leq u_1 &\leq 1 \\ 0 \leq u_2 &\leq 2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} u_d &= 0 \\ W_u &= I \\ W_v &= 1 \end{aligned}$$



Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



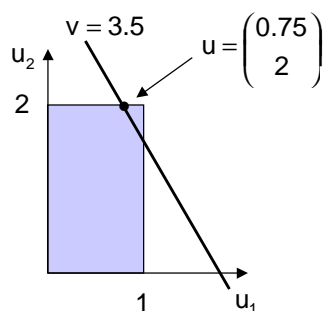
## Daisy chaining

💡 Prioritera bland styrsignalerna

Exempel:

$$\begin{aligned} 2u_1 + u_2 &= v \\ 0 \leq u_1 &\leq 1 \\ 0 \leq u_2 &\leq 2 \end{aligned}$$

Prioritera  $u_2$



Ola Härkegård  
Styrsignalfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA





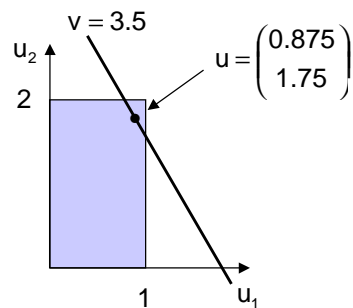
## Direct control allocation

💡 Skala ner den styrsignal som ger maximal styrverkan

Exempel:

$$\begin{cases} 2u_1 + u_2 = v \\ 0 \leq u_1 \leq 1 \\ 0 \leq u_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ger } v = 4$$



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Översikt

- Matematisk formulering
- Existerande metoder för styrsignalsfördelning
- **Aktuell forskning i Linköping**

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Forskningsfrågor

- Kan vanliga optimeringsmetoder användas för styrsignalsfördelning?  
! Ja.
- Hur förhåller sig styrsignalsfördelning till vanlig LQ-design?  
! Ekvivalenta utan bivillkor.
- Hur kan man inkludera filtrering i fördelningen?  
! Straffa även förändringar i styrsignalen.

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



Kan vanliga optimeringsmetoder användas för styrsignalsfördelning?

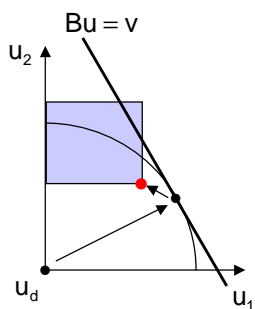
Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA

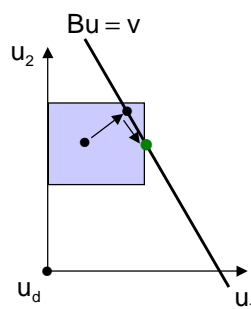


## Aktiv mängd-metoder för styrsignalsfördelning

### Pseudoinvers



### Aktiv mängd



- Varför aktiv mängd?
- Hittar alltid optimum
  - Kan återanvända tidigare lösning
  - Kan avbrytas

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA

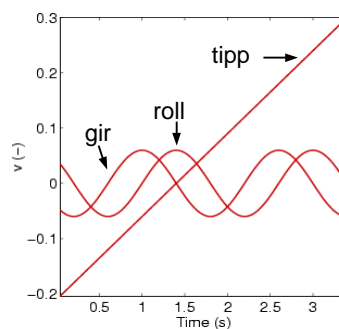


## Exempel (Durham and Bordignon, 1996)



- 8 roder, 3 moment
- Positions- och rate-begränsningar

- Aerodynamiska koefficienter



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

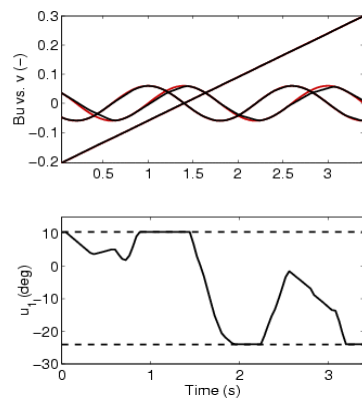
REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Simuleringar

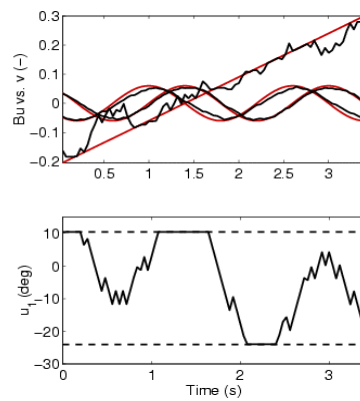
### Aktiv mängd

Medel: 0.9 ms Max: 2.5 ms



### Pseudoinvers

Medel: 0.9 ms Max: 1.5 ms



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



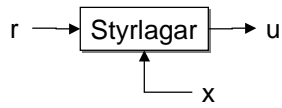
Hur förhåller sig styrsignalsfördelning  
till vanlig LQ-design?

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Styrsignalsfördelning vs LQ-design

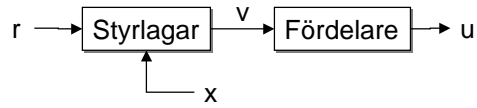


$$\dot{x} = Ax + B_u u$$

$$\min_u \int_0^{\infty} x^T Q_1 x + u^T R_1 u \, dt$$

$$u = -L_1 x$$

$$B_u = B_v B$$



$$\dot{x} = Ax + B_v v$$

$$v = B u$$

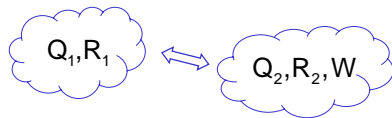
$$\min_v \int_0^{\infty} x^T Q_2 x + v^T R_2 v \, dt$$

$$v = -L_2 x$$

$$\min_u \|Wu\|_2 \text{ då } Bu = v$$

$$u = L_3 v$$

$$u = -L_3 L_2 x$$

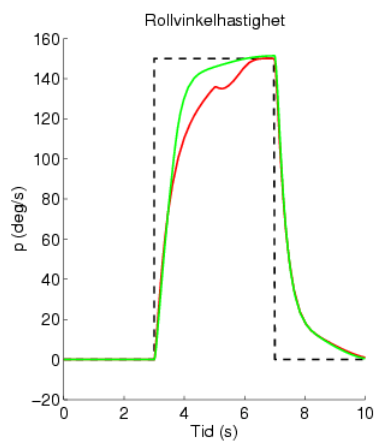
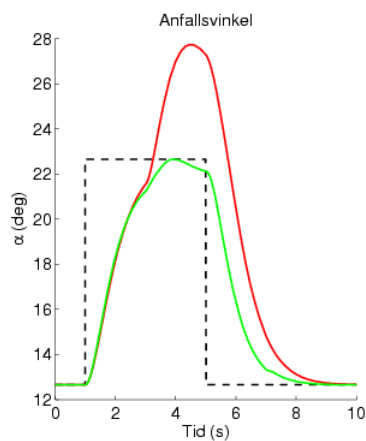


Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Exempel (Admiral: Mach 0.22, 3000m)



Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA

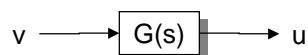




Hur kan man inkludera filtrering i fördelningen?

## Dynamisk styrsignalfördelning

- Vad?



Bivillkor:

$$\begin{aligned} Bu &= v \\ \underline{u} &\leq u \leq \bar{u} \end{aligned}$$

- Varför?
  - Praktiska aspekter
  - Servodynamik
  - Finjustera systemets respons

## Dynamisk styrsignalsfördelning

- Hur?



Straffa även förändringar av styrsignalen

$$\min_{u(t)} \|W_1 u(t)\|_2^2 + \|W_2 (u(t) - u(t-T))\|_2^2$$
$$Bu = v$$

⇒

$$u(t) = Fu(t-T) + Gv(t)$$

Stabilt linjärt filter

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA



## Sammanfattning

- Varför använda separat styrsignalsfördelning?
  - Kan hantera begränsningar
  - Lätt att omkonfigurera
- Varför inte?
  - Kan kräva modellapproximationer
  - Servodynamik kan ej hanteras
- Varför använda minsta kvadratramverk?
  - Rättfram analys (linjär styrlag)
  - Effektiva lösare finns

Ola Härkegård  
Styrsignalsfördelning hos system med redundanta aktuatorer

REGLERTEKNIK  
KOMMUNIKATIONSSYSTEM  
LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA

